

【黄金比によるフィボナッチ数列群 (FLKM数列) の一般関係式】

- 1) 広義のフィボナッチ数列を同項目数で比較すると一定の関係式が成立している。
- 2) 例えばL数列とF数列は $\sqrt{5}$ 、L数列と初期フィボナッチ数列のF'数列は $3-\Phi$ の比率となる。ただし、大項目数の場合の近似式で。
- 3) Φ のN乗と ϕ のN乗とで、Nが奇数のときは減算、偶数のときは加算すると、リュカ数列が現れる。

2011.9.22 千々松 健

| 項目数 | フィボナッチ数列 | 初期フィボナッチ数列 | リュカ数列 | ミチコ数列 | ケン数列 | フィボナッチ数列基準 | | | | 初期フィボナッチ数列基準 | | | | リュカ数列基準 | | | |
|----------------|----------|------------|-------|-------|------|------------|------------|-------------------|-------|-------------------------|------------|-------------------|---------|--------------|-----------------|--------------------------------------|--------------|
| | F | F' | L | M | K | F'/F | L/F | M/F | K/F | F/F' | L/F' | M/F' | K/F' | F/L | F'/L | M/L | K/L |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 0 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 3 | 2.000 | 3.000 | 4.000 | 3.000 | 0.500 | 1.500 | 2.000 | 1.500 | 0.333 | 0.667 | 1.333 | 1.000 |
| 3 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1.500 | 2.000 | 2.500 | 3.000 | 0.667 | 1.333 | 1.667 | 2.000 | 0.500 | 0.750 | 1.250 | 1.500 |
| 4 | 3 | 5 | 7 | 9 | 9 | 1.667 | 2.333 | 3.000 | 3.000 | 0.600 | 1.400 | 1.800 | 1.800 | 0.429 | 0.714 | 1.286 | 1.286 |
| 5 | 5 | 8 | 11 | 14 | 15 | 1.600 | 2.200 | 2.800 | 3.000 | 0.625 | 1.375 | 1.750 | 1.875 | 0.455 | 0.727 | 1.273 | 1.364 |
| 6 | 8 | 13 | 18 | 23 | 24 | 1.625 | 2.250 | 2.875 | 3.000 | 0.615 | 1.385 | 1.769 | 1.846 | 0.444 | 0.722 | 1.278 | 1.333 |
| 7 | 13 | 21 | 29 | 37 | 39 | 1.615 | 2.231 | 2.846 | 3.000 | 0.619 | 1.381 | 1.762 | 1.857 | 0.448 | 0.724 | 1.276 | 1.345 |
| 8 | 21 | 34 | 47 | 60 | 63 | 1.619 | 2.238 | 2.857 | 3.000 | 0.618 | 1.382 | 1.765 | 1.853 | 0.447 | 0.723 | 1.277 | 1.340 |
| 9 | 34 | 55 | 76 | 97 | 102 | 1.618 | 2.235 | 2.853 | 3.000 | 0.618 | 1.382 | 1.764 | 1.855 | 0.447 | 0.724 | 1.276 | 1.342 |
| 10 | 55 | 89 | 123 | 157 | 165 | 1.618 | 2.236 | 2.855 | 3.000 | 0.618 | 1.382 | 1.764 | 1.854 | 0.447 | 0.724 | 1.276 | 1.341 |
| 11 | 89 | 144 | 199 | 254 | 267 | 1.618 | 2.236 | 2.854 | 3.000 | 0.618 | 1.382 | 1.764 | 1.854 | 0.447 | 0.724 | 1.276 | 1.342 |
| 12 | 144 | 233 | 322 | 411 | 432 | 1.618 | 2.236 | 2.854 | 3.000 | 0.618 | 1.382 | 1.764 | 1.854 | 0.447 | 0.724 | 1.276 | 1.342 |
| n ≥ 12ではほぼ近似する | | | | | | ≐ | ≐ | ≐ | = | ≐ | ≐ | ≐ | ≐ | ≐ | ≐ | ≐ | ≐ |
| | | | | | | Φ | $\sqrt{5}$ | $\phi + \sqrt{5}$ | 3 | $\frac{1}{\Phi} = \phi$ | $3 - \Phi$ | $\phi + \sqrt{5}$ | 3ϕ | $1/\sqrt{5}$ | $\Phi/\sqrt{5}$ | $\frac{(\phi + \sqrt{5})}{\sqrt{5}}$ | $3/\sqrt{5}$ |

$\Phi = (\sqrt{5} + 1)/2 \doteq 1.618$: ラージ・ファイ

$\phi = (\sqrt{5} - 1)/2 \doteq 0.618$: スモール・ファイ

$\therefore \Phi \times \phi = 1, \Phi + \phi = \sqrt{5}, \Phi - \phi = 1, \sqrt{5} \doteq 2.236$

リュカ数列の一般式を活用すれば、FLKM数列のn番目を求める一般式が黄金比で示される。

$$Ln = \Phi^n + (-\phi)^n$$

$$Fn = \{\Phi^n - (-\phi)^n\} / \sqrt{5}$$

$$Kn = \{\Phi^n - (-\phi)^n\} \cdot 3/\sqrt{5}$$

$$Mn = \{\Phi^n + (-\phi)^n\} \cdot (\phi + \sqrt{5})/\sqrt{5}$$