【 リュカ数と黄金比についての公式 Ln＝Φ＾n＋(－φ)＾n 】

ΦのN乗とφのN乗との関係は、Nが奇数のときは減算、偶数のときは加算すると、リュカ数列が現れる。

2009. 1.15 千々松 健

＜前提＞

Φ ≒ 1.618 F数列はフィボナッチ数列 :1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,･･･

φ ≒ 0.618 L数列はリュカ数列 :1,3,4,7,11,18,29,47,76,123,189,･･･

√5 ≒ 2.236 Φ＊φ=1 Φ+φ=√5 Φ−φ=1

＜試算＞

Φ＋φ	√5	√5＾1	
Φ＾2＋φ＾2	3		1
Φ＾3＋φ＾3	4.47	√5＾2	
Φ＾4＋φ＾4	7		3
Φ＾5＋φ＾5	11.18	√5＾5	
Φ＾6＋φ＾6	18		8
Φ＾7＋φ＾7	29.06	√5＾13	
Φ＾8＋φ＾8	47		21
Φ＾9＋φ＾9	76.01	√5＾34	
		F数列が現れる	

Φ＾1－φ＾1	1Φ －	φ＾1	1	
				3
Φ＾3－φ＾3	2Φ＋1 －	φ＾3	4	
				7
Φ＾5－φ＾5	5Φ＋3 －	φ＾5	11	
				18
Φ＾7－φ＾7	13Φ＋8 －	φ＾7	29	
				47
Φ＾9－φ＾9	34Φ＋21 －	φ＾9	76	
	F数列が現れる		L数列が現れる	

以前のあるPDFでは『＊厳密にはLn＝Φ＾n＋(－Φ)＾－1 であるが≒Φ＾nと言える。』という転記ミスをしましたので下記のように修正します。

『＊厳密にはLn＝Φ＾n＋(－φ)＾n であるがLn≒Φ＾nと言える。』が正しい表示です。(2009. 1.15以降は訂正済みです。)

								=	加算	減算	
Φ＾0	1	1									
Φ＾1	1Φ	1.618		Φ＾−1	φ＾1	0.618		=	2.236	1.000	1
Φ＾2	1Φ＋1	2.618		Φ＾−2	φ＾2	0.3819		=	3.000	2.236	3
Φ＾3	2Φ＋1	4.236		Φ＾−3	φ＾3	0.2360		=	4.472	4.000	4
Φ＾4	3Φ＋2	6.854		Φ＾−4	φ＾4	0.1459		=	7.000	6.708	7
Φ＾5	5Φ＋3	11.09		Φ＾−5	φ＾5	0.0901		=	11.180	11.000	11
Φ＾6	8Φ＋5	17.944	プラス	Φ＾−6	φ＾6	0.0557		=	18.000	17.888	18
Φ＾7	13Φ＋8	29.034	・	Φ＾−7	φ＾7	0.0344		=	29.068	29.000	29
Φ＾8	21Φ＋13	46.978	マイナス	Φ＾−8	φ＾8	0.0213		=	46.999	46.957	47
Φ＾9	34Φ＋21	76.012		Φ＾−9	φ＾9	0.0131		=	76.025	75.999	76
								∴	加算≒減算		L数列

＊ Ln＝Φ＾n＋(－Φ)＾－n は

Φ＝φ＾−1 または φ＝Φ＾−1 から

Φ＾−n＝φ＾n となるので

Ln＝Φ＾n＋(－φ)＾n

これは言うまでもなくnが奇数のときは減算で、nが偶数のときは加算することを意味している。

そして、nが大きくなるほど(－φ)＾nの値は小さくなるので Ln≒Φ＾n と言える。